

Einführung in mathematische Grundvorstellungen Di 8-10 HS 2

- | | | |
|------------|-----------------|-------------------------------------------------------------------|
| V 1 | 27.10.09 | Mathematikunterricht und Bildungsstandards |
| V 2 | 03.11.09 | Unterschiedliche Leistungsfähigkeit – eine Herausforderung |
| V 3 | 10.11.09 | Mathematisch begabte Kinder |
| V 4 | 17.11.09 | Kinder mit Lernschwierigkeiten |
| V 5 | 24.11.09 | Mathematikunterricht im vergangenen Jahrhundert |
| V 6 | 01.12.09 | Einfluss der Psychologie auf den Mathematikunterricht |
| V 7 | 08.12.09 | Mit Zahlen, Operationen und Formen denkend und handelnd operieren |
| V 8 | 15.12.09 | Aufbau einer Mathematikstunde (1) |
| V 9 | 05.01.10 | Aufbau einer Mathematikstunde (2) |
| V10 | 12.01.10 | Üben (1): Aufgabenformate |
| V11 | 19.01.10 | Üben (2): Einsatz des Mathematikbuches |
| V12 | 26.01.10 | Leistungserfassung und Bewertung |
| V13 | 02.02.10 | Spiele im Mathematikunterricht |
| V14 | 09.02.10 | Software für den Mathematikunterricht |
| V15 | 16.02.10 | Klausur |

Die Folien zu den Vorlesungen finden
Sie:

- Intranet, Verzeichnis G, Mathematik
- Internet: www.uni-landau.de/rasch

V 1 Gedanken zum heutigen Mathematikunterricht

1 Unterrichtsstoff

2 Lehrpläne und Bildungsstandards

3 Das lernende Kind

4 Die Unterrichtsgestaltung

1 Der Unterrichtsstoff

Klassenstufe 1

- Zahlenraum bis 20 (Zahlen bis 100)
- Grundrechenarten Addition und Subtraktion
- Kleines Eins- Plus -Eins
- einfache ebene und räumliche Figuren
- Größenbereiche: Geld, Länge, Zeit

Klassenstufe 2

- Zahlenraum bis 100 (und darüber hinaus)
- halbschriftliches Rechnen
- Grundrechenarten Multiplikation und Division
- Kleines Ein- Mal –Eins
- einfache ebene und räumliche Figuren
- Größenbereiche: Geld, Länge, Zeit

Klassenstufe 3

- Zahlenraum bis 1000 (und darüber hinaus)
- halbschriftliches Rechnen
- schriftliches Addieren und Subtrahieren
- Kleines Einmaleins und Einspluseins
- Geometrie: Symmetrie; Körpernetze; geometrische Lagebeziehungen (parallel zu, senkrecht zu)
- Größenbereiche: Länge, Zeit, Masse

Klassenstufe 4

- Zahlenraum bis 1 000 000 und darüber hinaus
- Schriftliches Addieren und Subtrahieren
- Schriftliches Multiplizieren und Dividieren
- Kleines Einmaleins und Einspluseins
- Zeichnen/Konstruieren; Körpernetze
- Größenbereiche: Länge, Zeit, Masse, Volumen

Das traditionelle Curriculum heute noch?

- Zu bedenken: Uns begegnen in Kl. 1 Kinder, die
 - sich noch unsicher im ersten Zehner bewegen,
 - Kinder, die schon im Zwanzigerraum Sicherheit haben und dabei sind, den Hunderterraum zu erschließen...
 - Viele Schulen arbeiten mit offenen Eingangsstufen und jahrgangsgemischten Klassen, die eine solch starre stoffliche Trennung ungeeignet erscheinen lassen.
- Eine optimale Förderung ist dann gegeben, wenn Unterricht an das aktuelle Leistungsniveau des Kindes möglichst gut anschließt.

2 Aktuelle Lehrpläne weisen Unterrichtsstoff klassenübergreifend aus

z.B. Rheinland Pfalz (2002)

- Klassenstufen werden nicht mehr durchgängig getrennt betrachtet.
 - Klassenstufen 1/2
 - Klassenstufen 3/4
- Ein großer Teil des Unterrichtsstoffes wird klassenstufenübergreifend betrachtet.
- Beispiele:

Kl. 1/2

- Zahlenraum überwiegend bis 100
- Symmetrien in der Umwelt

Kl. 3/4

- Zahlenraum bis eine Million und darüber hinaus
- schriftliche Verfahren
- Achsen-, Dreh-, Schubsymmetrie

Klassenstufen 1 bis 4

- Einspluseins
- Einmaleins
- Würfel, Quader, Kugel, Kegel, Pyramide, Zylinder
- Quadrat, Rechteck, Kreis, Dreieck

Ausschnitt Rahmenplan

Sachrechnen und Größen		
	Klassenstufen 1 / 2	Klassenstufen 3 / 4
Grundvorstellungen zu Größen	Geldwerte (ct, €) Uhrzeiten, Kalender, Zeitmaße, Zeitspannen (s, min, h, Tag, Woche, Monat, Jahr) Längen (mm, cm, dm, m, km)	
	Gewichte (g, kg, t) Geschwindigkeiten (m/s, km/h) Volumen (ml, l), Temperaturen, Zentimeter-/Meter-Würfel) Umfang, Flächeninhalt	
	Größenvergleiche Schätzen von Größen Maßbeziehungen und Umrechnungen Kommerschreibweise	
	Bruchteile von Größen	
Wahrscheinlichkeit	Stichproben, einfache Zufallsversuche	
Sachaufgaben	Sachprobleme/-situationen, authentische Aufgaben, Rechengeschichten, 'Kapitänsaufgaben' Übersetzen von Sachproblemen in einfache mathematische Modelle und umgekehrt Skizzen Unterschiedliche Lösungsstrategien/Lösungen	
	Lösungsrelevante Daten in Texten, Bildern, Tabellen, Diagrammen Zuordnungen (überwiegend proportional)	

Kernlehrplan Saarland (2009)

Leitidee: Zahlen und Operationen		Mathematik 1/2
Kompetenzen	Zur Umsetzung	
<p>1. Zahldarstellung und Zahlbeziehungen verstehen</p> <ul style="list-style-type: none"> - Zahlen bis 100 darstellen, lesen, schreiben, ordnen und vergleichen - bei einstelligen Zahlen die Zahlbeziehungen zur 5 und 10 auswendig kennen - Zahlzerlegungen bis 10 auswendig beherrschen - bei zweistelligen Zahlen das Prinzip der Zehnerbündelung und die Stellenwertschreibweise kennen - Vorgänger, Nachfolger und Nachbarzehner benennen - mit Ordnungszahlen umgehen 	<p>Ziffern in Schulausgangsschrift</p> $8 = 5 + 3$ $8 = 10 - 2$ $70 + 4 = 74$ $7Z + 4E = 74$ <p>Zahlenhäuser</p>	
<p>2. Rechenoperationen verstehen und beherrschen</p> <ul style="list-style-type: none"> - Grundvorstellungen zur Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division entwickeln 	<p>dazulegen, wegnehmen, verdoppeln, halbieren, vervielfachen, teilen</p>	

Schwerpunkte der neuen Grundschulordnung in Rheinland-Pfalz (2008)

- Mehr bewertungsfreie Lernzeit durch Reduzierung der schriftlichen Leistungsnachweise (Klassenarbeiten)
- Mehr Möglichkeiten zur differenzierten und individuellen Rückmeldung an Kinder und Eltern durch eine Kombination von Noten- und Verbalzeugnissen in den Klassenstufen 3 und 4
- Dokumentation der individuellen Lernentwicklung als Grundlage für die weitere Unterrichtsarbeit und für Gespräche zwischen Lehrkräften, Eltern und Kindern

Internationale Leistungsvergleiche und die Folgen

- Die internationalen Vergleichsstudien (TIMSS; PISA) der letzten Jahre brachten für deutsche Mathematikleistungen nur befriedigende Ergebnisse.
- Eine Folge der Diskussionen darüber war die Festlegung von **Bildungsstandards** auf Bundesebene.
- Die Einhaltung dieser Standards wird mit **Vergleichsarbeiten** überprüft.
- **z. B. Projekt „VERA“** an der Uni Landau: **VER**gleichs**A**rbeiten. Lernstandserhebungen im Jahrgang 3 (Ende) in Deutsch und Mathe

Bildungsstandards markieren länderübergreifend die Unterrichtsqualität

- Die Bildungsstandards greifen allgemeine Bildungsziele auf und legen **abschlussbezogene Kompetenzen (mittleres Niveau)** fest, deren Einhaltung über interne und externe Evaluation überprüft werden.

KMK 2004

- Die Bildungsstandards greifen fünf zentrale **allgemeine mathematische Kompetenzen** heraus:
 - Problemlösen
 - Kommunizieren
 - Argumentieren
 - Modellieren
 - Darstellen

KMK 2004

- Zentrale mathematische Leitlinien bilden die Orientierung
 - Zahlen und Operationen
 - Raum und Form
 - Muster und Strukturen
 - Größen und Messen
 - Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

- Leitlinie: Zahlen und Operationen

- Zahldarstellung und Zahlbeziehungen verstehen
- Rechenoperationen verstehen und beherrschen
- in Kontexten rechnen

den Aufbau des dezimalen Stellenwertsystems verstehen

Zahlen bis 1.000.000 auf verschiedene Weise darstellen und zueinander in Beziehung setzen

sich im Zahlenraum bis 1.000.000 orientieren (z. B. Zahlen der Größe nach ordnen, runden)

- **Aufgabenbeispiele** dienen zur Veranschaulichung der Bildungsstandards. Sie sollen exemplarisch verdeutlichen, welche Leistungen erbracht werden sollen.

Aufgabenstellung:

Hier ist eine Zahl mit Plättchen in der Stellentafel dargestellt:

Z	T	H	Z	E
•••••	•	•••	••••• •••••	••••

1. Aufgabe:

Wie heißt die Zahl? (AB I)

2. Aufgabe:

Tom nimmt an der Hunderterstelle ein Plättchen weg.

Wie heißt seine neue Zahl? (AB II)

3. Aufgabe:

Uta macht es anders. Sie legt an der Zehnerstelle ein Plättchen dazu.

Schreibe die Rechnung dazu! (AB II)

Zahlen und Operationen

Standards:

- Mathematische Zusammenhänge erkennen und Vermutungen entwickeln (allgemein)
- Zahlen bis 1.000.000 Million auf verschiedene Weise darstellen und zueinander in Beziehung setzen (inhaltlich)

3 Das lernende Kind

Die mathematische Leistungsfähigkeit ist unterschiedlicher denn je. Uns begegnen Spitzenkönnner und Kinder mit großen Leistungsschwächen.

Der Anspruch an die Lehrenden:

Alle Kinder bestmöglich voranzubringen.

Traditionelle Differenzierungsmaßnahmen bringen uns bei diesem Vorhaben schnell an die Grenzen unterrichtlicher Möglichkeiten.

Ausschnitte aus dem Projekt: „Was können zukünftige Schulanfänger“ (4/04)

1 Wie weit kannst du zählen?

(teilweise mit Material)

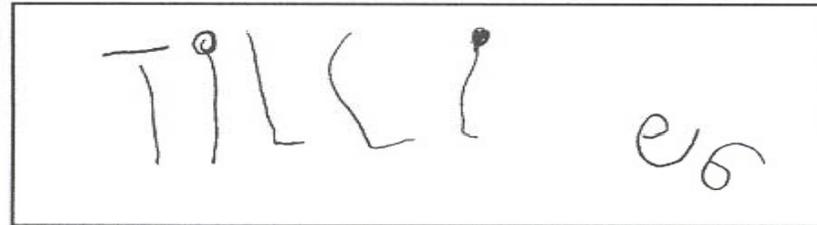
2 Kannst du auch rückwärts zählen?

3 Schreibe Zahlen auf, die du schon schreiben kannst.

4 Kannst du schon rechnen? Schreibe auf.

22. 04. 04

Till (6)



1) Zählen

- **vorwärts:** mit Ermutigung bis 100, dann einhundert, 200, ... bis 800
- **rückwärts:** zunächst ab 10, mit Ermutigung ab 20, 30, 100 („Mein Papa hat mir das mal gezeigt.“)

2) Zahlen schreiben

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16
1 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1
0 2 2 2 2 3 2 3 4 2
2 2 4 2 2 6 1 2
100

3) Rechnen

$$2 = 2 + 4 \quad 3 = 3 + 2$$
$$20 = 20 + 10 = 10 + 10 + 2$$
$$+ 30$$

$$2+2 \text{ ergibt } 4$$

$$3+2 \text{ ergibt } 5$$

$$10+10 \text{ ergibt } 20$$

$$20+20 \text{ ergibt } 30$$

22. 04. 04

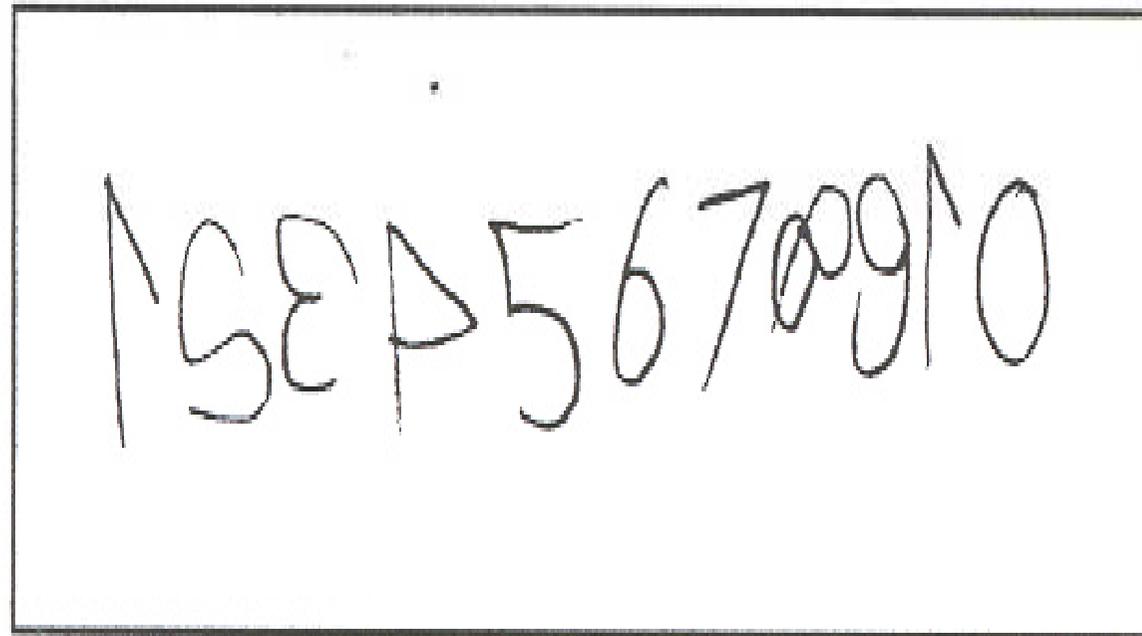
Konstantin (6)



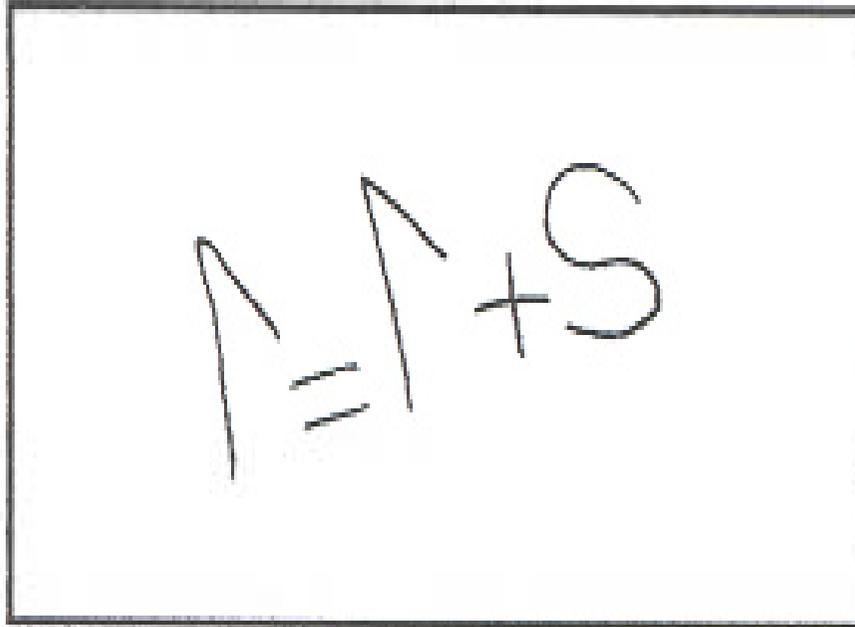
1) Zählen

- **vorwärts:** bis 15, 18; mit Stäbchen: auch 15, 18, 19; Eins-Zu-Eins-Zuordnung nicht sicher
- **rückwärts:** ab 8

2) Zahlen schreiben (bis 10)



4) Rechnen

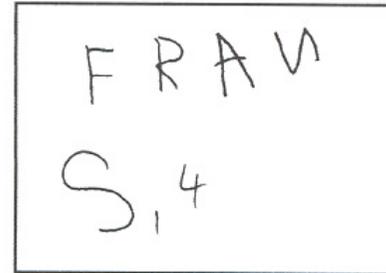


A rectangular box containing the handwritten equation $1 = 1 + S$. The numbers and symbols are drawn in a simple, hand-drawn style.

$$1+1=2$$

19. 4. 04

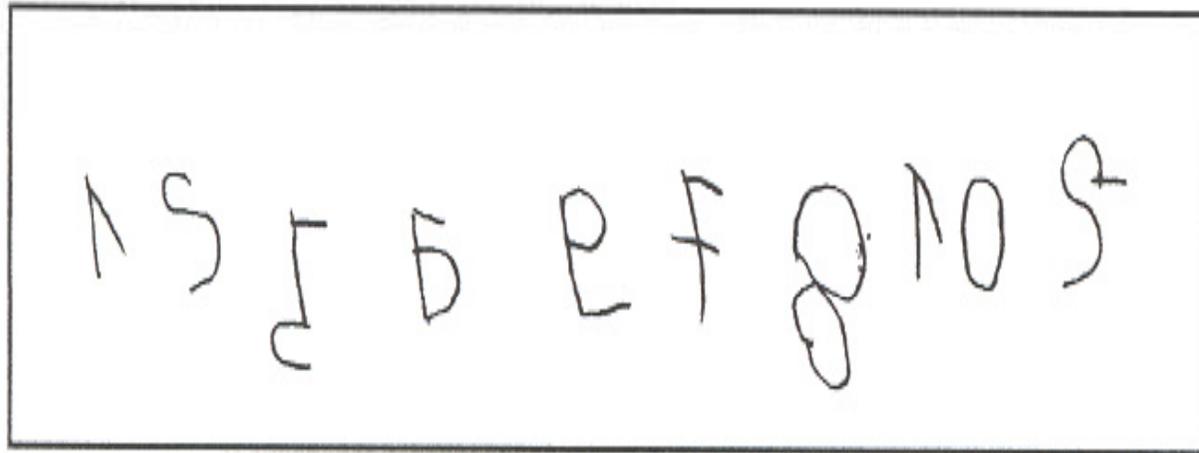
Franziska (5,4)



1) Zählen

- vorwärts: bis 100 (danach einhundert, zweihundert,...)
- rückwärts: ab 12

2) Zahlen schreiben (Ziffern innerhalb des ersten Zehners)



1, 2, 3, 6, 9, 7, 8, 10, 5

Erstaunlich sind mitunter die
mathematischen Konstruktionen der
Kinder.

4) Rechnen

5+1 ist 6.

3+3 ist auch 6.

1+2 ist zwölf.

1+3 ist dreizehn.

1+4 ist vierzehn.

1+5 ist fünfzehn.

1+6 ist sechzehn.

2 und 3 ist ... (nimmt die Finger) ... "5".

Wer übt das mit dir? Keiner, konnte ich schon alleine, als ich 5 war.

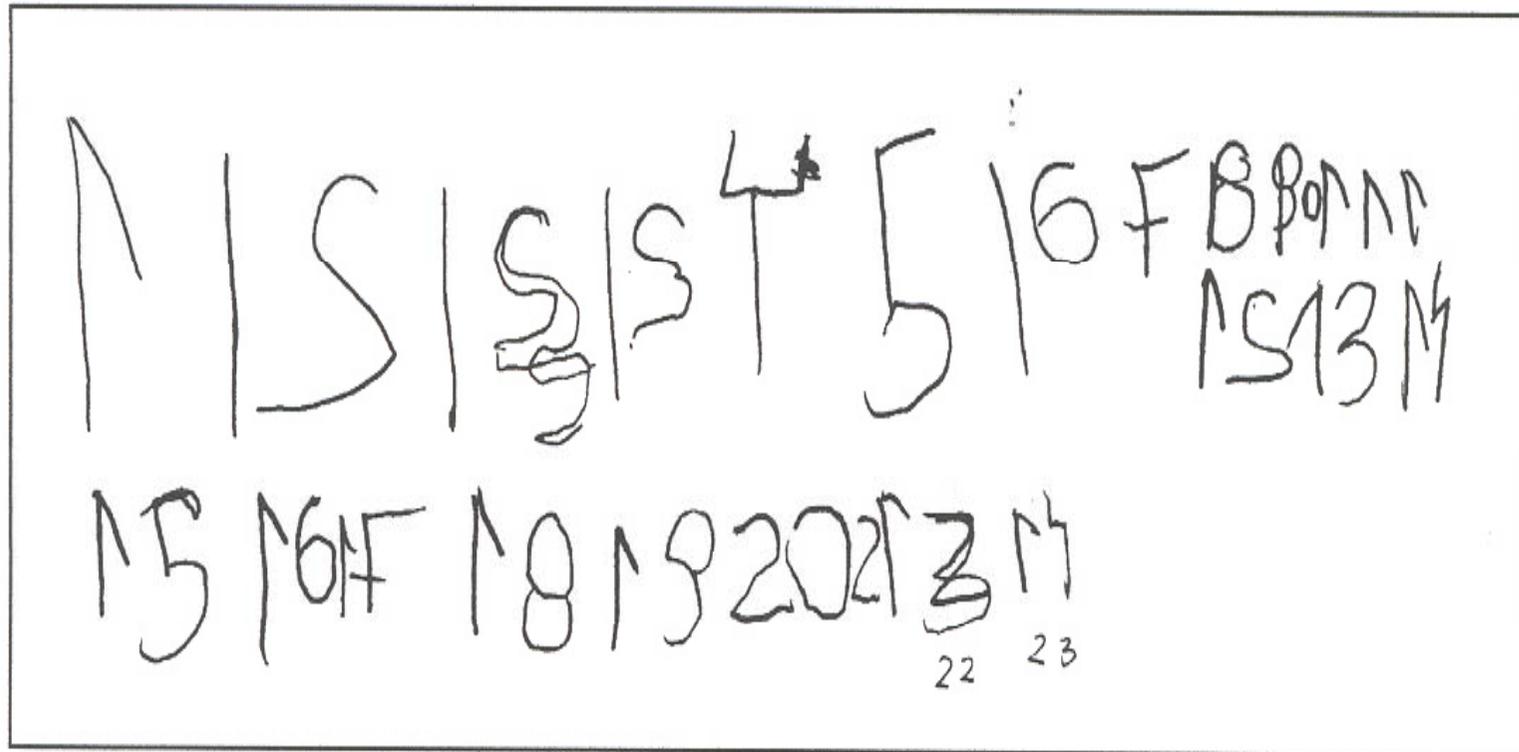
- **Sarah (6,3)**

SARÄH₆

1) Zählen

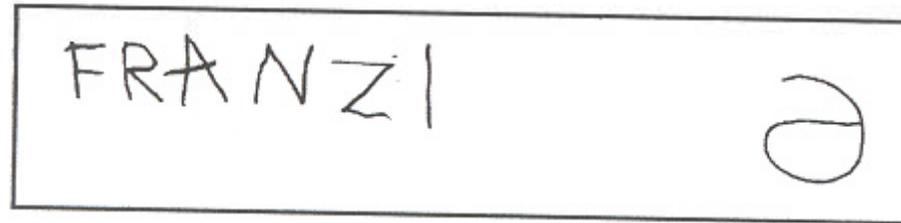
- vorwärts: bis 100 (danach „einhundert“)
- rückwärts: ab 20

2) Zahlen schreiben (bis 21)



1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21

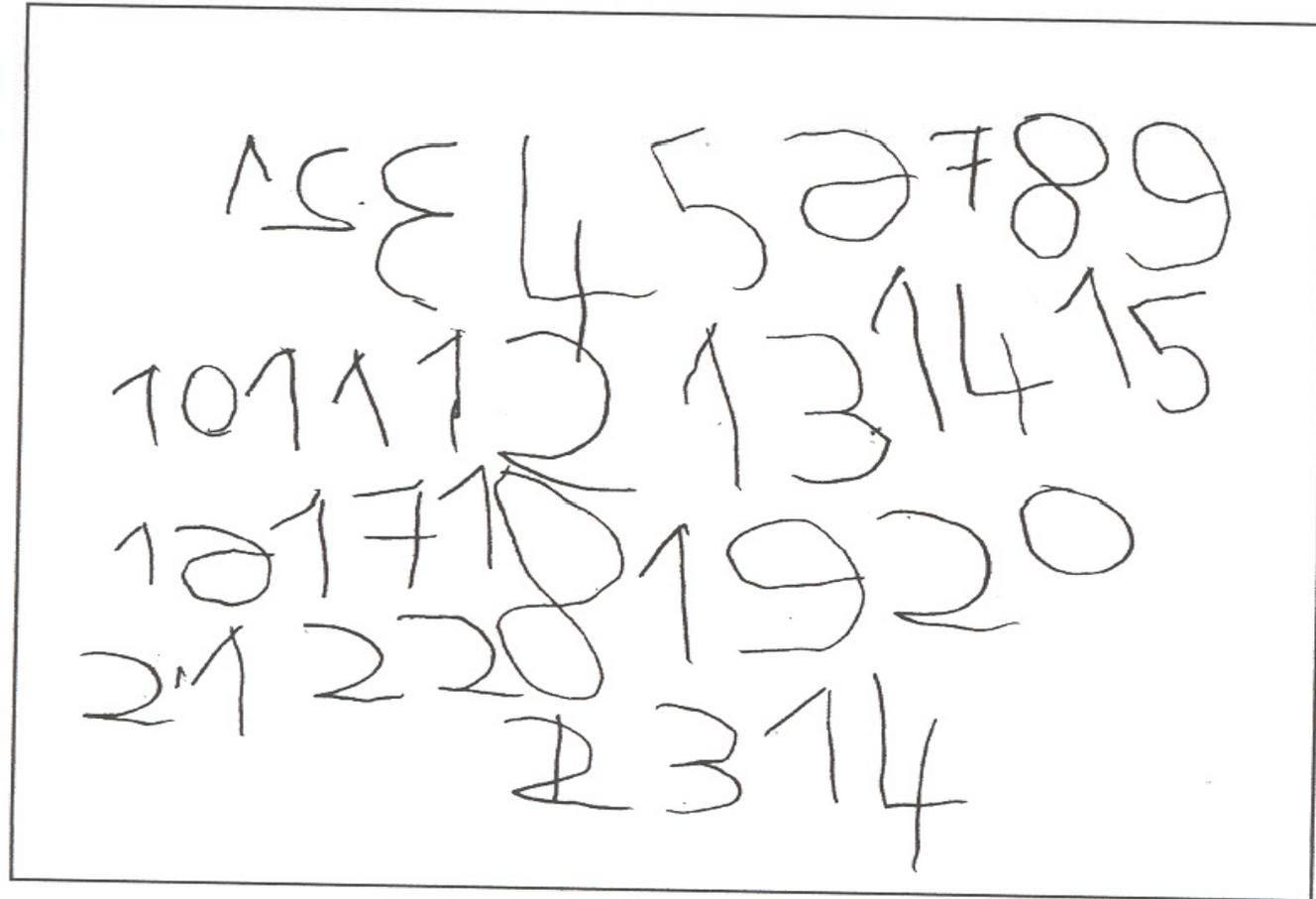
- **Franziska (6,1)**



1) Zählen

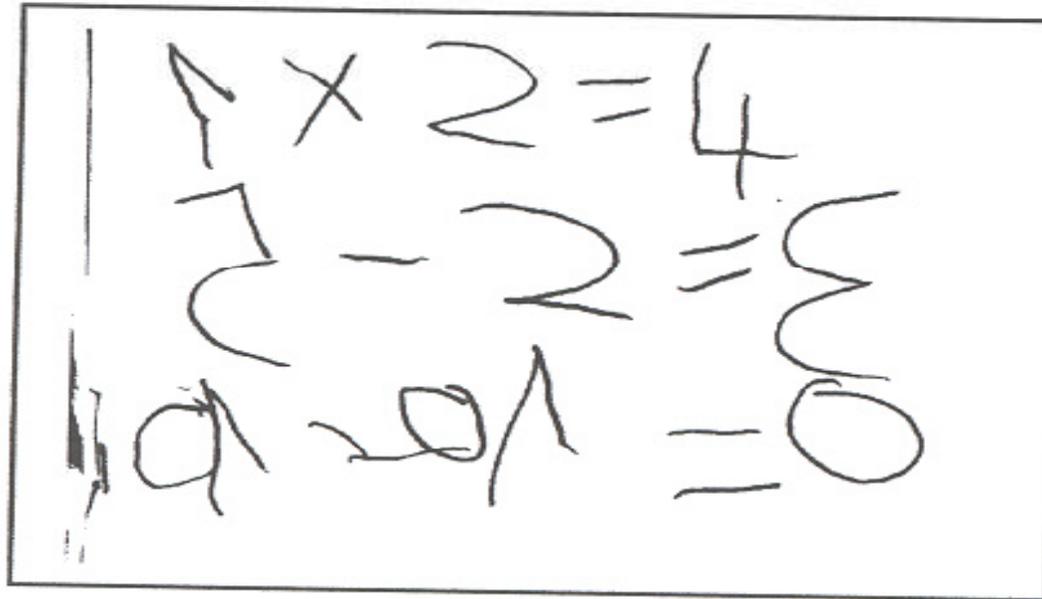
- vorwärts: bis 49
- rückwärts: von 11

2) Zahlen schreiben (Ziffern lückenlos bis 20)



1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 23, 24

4) Rechnen



1+2 ist 4

5-2 ist 3

10-10 = 0 („Das ist ja immer leicht.“)

Sie könnte noch weiter rechnen. Nach ihrer Äußerung sind das nur Beispiele. Hände und Finger kann sie beim Rechnen geschickt einsetzen.

Wie müsste für Franziska der Anfangsunterricht beginnen?

- zählt bis 49, rückwärts ab 11
- schreibt die Zahlen bis 20
- addiert und subtrahiert im ersten Zehner

4 Die Unterrichtsgestaltung

Viele Unterrichtsstunden des „**mittleren Niveaus**„

Leistungsstarke passen sich nach unten an und gewöhnen sich an dieses Niveau.

Für die Schwachen ist das mittlere Niveau immer noch zu hoch.

Den unterschiedlichen Lernern mehr (abrechenbare) Freiräume gewähren: **Mathematikunterricht öffnen** –

Die Leistungsstarken müssen zügig nach oben klettern können und die Leistungsschwachen müssen immer wieder ihr Niveau sichern und behutsam erweitern können.

Mathematikunterricht öffnen

- Öffnung geschieht bisher vor allem über *organisatorische Maßnahmen* (Wochenplan, Freie Arbeit, Lernen an Stationen, Gruppenarbeit)
- *stoffliche Öffnung* ist oftmals effektiver
 - Unterrichtsstoff nicht so fest an einzelne Klassenstufen binden (s. neue Lehrpläne bzw. Rahmenpläne)
 - Aufgabenstellungen im Mathematikunterricht öffnen

Öffnen von Aufgabenstellungen

Offene Aufgaben

Zähle Perlen in ein Glas, so weit du kommst. (Kl. 1, Schulbeginn)

Finde Zahlen, die du durch viele andere teilen kannst. Probiere. Suche. (Kl. 3)

An unserem Baum hängen viele Äpfel. Wir schütteln. Was könnte geschehen? Schreibe eine Rechengeschichte. (Kl.2)

Wähle eine Rechenzahl. Schreibe alle Aufgaben auf, die du mit dieser Zahl bilden kannst. (Februar, Kl. 1)

Helen, Maia, Dominik, Steven,
Jannick, Edwina

$$E + 5 = 8$$

$$E + 5 = 5$$

$$E + 4 = 7$$

$$E + 5 = 8$$

$$E + 6 = 9$$

$$E + 7 = 10$$

$$E + 8 = 11$$

Rechenzahl 3.

Sehr schöne Plusaufgaben,
Maia.



$$8 - 8 = 0 \quad 11 - 8 = 3$$

$$800 + 900 = 1700$$

$$8 + 9 = 17 \quad 800 +$$

$$8 + 11 = 19 \quad 800 +$$

$$11 + 8 \quad 8 + 8 = 16$$

Rechenzahl P.
Dominik, ein mutiger
Rechner.

Rechenzahl 12.

- Ein sehr schönes Päckchen,
Steven.

$$1 + 12 = 13$$

$$2 + 12 = 14$$

$$3 + 12 = 15$$

$$4 + 12 = 16$$

$$5 + 12 = 17$$

$$6 + 12 = 18$$

$$7 + 12 = 19$$

$$8 + 12 = 20$$

$$9 + 12 = 21$$

$$10 + 12 = 22$$

$$11 + 12 = 23$$

$$12 + 12 = 24$$

$$13 + 12 = 25$$

$$14 + 12 = 26$$



$$10 + 12 = 22$$

$$11 + 12 = 23$$

$$12 + 12 = 24$$

$$13 + 12 = 25$$

$$14 + 12 = 26$$

$$4 + 4 = 8$$

$$5 + 4 = 9$$

$$7 + 5 = 12$$

$$4 + 5 = 9$$

$$5 + 3 = 8$$

$$2 + 2 = 4$$

$$3 + 1 = 4$$

Rechenzahl 4.

Sehr schön, Jannick.

$7+2=9$	$17-7=10$	$7+3=10$
$7+7=14$	$18-7=11$	$6+7=13$
$4+7=11$	$11-7=4$	$4+7=11$
$8+7=15$	$8+7=15$	$70+7=77$
$8-7=1$	$7-5=2$	
$9-8=1$	$7-7=0$	
$7-2=5$	$20+10=30$	
$6-2=4$	$7-2=5$	
$7-2=5$		
$2-7=0$	$30+7=37$	
$4-7=0$	$05+7=12$	
$0-7=3$	$08+7=15$	
$20-7=13$	$09+7=16$	
$3-2=1$		



Rechenzahl 7.
25 Aufgaben,
Helen.

$$7 - 2 = 5$$

$$7 - 3 = 4$$

$$7 - 4 = 3$$

$$7 - 7 = 0$$

$$7 - 5 = 2$$

$$7 - 1 = 6$$

$$7 - 6 = 1$$

$$7 + 7 = 14$$

$$7 + 1 = 8$$

$$7 + 2 = 9$$

$$7 + 4 = 11$$

$$7 + 5 = 12$$

$$7 + 8 = 15$$

$$7 + 9 = 16$$

$$7 + 10 = 17$$

$$7 + 11 = 18$$

$$7 + 12 = 19$$

$$7 + 13 = 20$$

$$7 + 14 = 21$$

$$7 + 15 = 22$$

$$7 + 16 = 23$$

$$7 + 17 = 24$$

$$7 + 18 = 25$$

Rechenzahl 7.

Ich freue mich, dass du
ein solches langes Päckchen
geschafft hast, Edmund.

Rechne Minusaufgaben. (Kl. 1,
Februar)

$1 - 1 = 0$	$21 - 1 = 20$
$2 - 1 = 1$	$22 - 1 = 21$
$3 - 1 = 2$	$23 - 1 = 22$
$4 - 1 = 3$	$24 - 1 = 23$
$5 - 1 = 4$	$25 - 1 = 24$
$6 - 1 = 5$	$26 - 1 = 25$
$7 - 1 = 6$	$27 - 1 = 26$
$8 - 1 = 7$	$28 - 1 = 27$
$9 - 1 = 8$	$29 - 1 = 28$
$10 - 1 = 9$	$30 - 1 = 29$
$11 - 1 = 10$	$31 - 1 = 30$
$12 - 1 = 11$	$32 - 1 = 31$
$13 - 1 = 12$	$33 - 1 = 32$
$14 - 1 = 13$	$34 - 1 = 33$
$15 - 1 = 14$	
$16 - 1 = 15$	
$17 - 1 = 16$	
$18 - 1 = 17$	
$19 - 1 = 18$	
$20 - 1 = 19$	

Edwina

Jannick

$$6 + 1$$

$$1 - 5 = 2$$

$$6 - 5 = 1$$

$$6 - 1 = 5$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \wedge \\ \hline 5 \\ 3 \end{array}$$

$$2 - 2 = 0$$

$$2 - 2 = 0$$

$$3 - 3 = 0$$

$$3 - 3 = 0$$

Maia

$$\begin{array}{l} 5 - 2 = 3 \\ 5 - 3 = 2 \\ 20 - 5 = 15 \\ 3 - 4 = 1 \\ 5 - 1 = 4 \\ 5 - 5 = 0 \\ 10 - 2 = 8 \\ 10 - 8 = 2 \\ 1 - 1 = 0 \\ 4 - 4 = 0 \\ 4 - 3 = 1 \\ 8 - 3 = 5 \\ 6 - 1 = 5 \\ 7 - 1 = 6 \end{array}$$

Helen

$$\begin{aligned}50 - 1 &= 49 \\50 - 2 &= 48 \\50 - 3 &= 47 \\50 - 4 &= 46 \\50 - 5 &= 45 \\50 - 6 &= 44 \\50 - 7 &= 43 \\50 - 8 &= 42 \\50 - 9 &= 41 \\5 - 4 &= 1 \\20 - 1 &= 19 \\11 - 5 &= 6 \\100 - 99 &= 1 \\99 - 9 &= 90 \\100 - 89 &= 11 \\100 - 90 &= 10 \\100 - 80 &= 20\end{aligned}$$

Vorteile:

Das Kind kann freier **nach seinen Möglichkeiten** arbeiten und lernt, dies immer bewusster zu tun.

Die Auswertung der Aufgaben geschieht mehr **auf sachlicher (fachlicher) Ebene**, weniger auf Wertungsebene.

Was habt ihr gefunden? **Wer** hat noch etwas anderes entdeckt?

Dagegen bei gleicher Aufgabenstellung für alle:

Lies vor – falsch oder richtig – Wer hatte es so?

Stoffliche Öffnung **vergrößert die mathematische Leistungskraft** einer Klasse.

Leistungsstarke Schüler können mathematisches **Wissen** weit über Lehrplanvorgaben hinaus **für sich weiterentwickeln**.

Die Lehrperson erhält immer wieder **Anregungen zur eigenen Unterrichtsgestaltung**.

Formulieren Sie eine offene
Aufgabenstellung für Erstklässler.
(April/Mai)

- Zahlenraum bis 20 schon recht
sicher
- Kleines Einspluseins wird geübt